

# MORPHOLOGIES DE RÉSEAUX ET ACCESSIBILITÉ

Cyrille GENRE-GRANDPIERRE

THEMA, UPRESA 6049

Université de Franche-Comté

## Résumé

*Tous nos déplacements sont contraints par la structure des réseaux de transport. Or, par l'inégalité de leurs performances (desserte spatiale, vitesse de déplacement), ces réseaux tendent à rendre l'espace non homogène et non isotrope, c'est-à-dire non euclidien. La géométrie traditionnelle semble donc de plus en plus inadéquate pour modéliser l'espace tel qu'il est vécu.*

*Aussi, afin de prendre en compte les modifications dans les interrelations entre les lieux qu'induisent les réseaux, nous proposons une analyse de leurs effets, basée sur la géométrie fractale, qui ne postule pas l'homogénéité de l'espace et qui, de ce fait, fournit une grille de lecture différente.*

*Nous analyserons tout d'abord les conséquences de la structure des réseaux en termes de desserte spatiale, puis nous tenterons de voir comment la qualité d'accessibilité à un semis de sites d'offre de service dépend de la morphologie et des fonctionnalités du réseau qui relie ces sites.*

## Abstract

*All of our travelling is constrained by the structure of the transportation network. Furthermore, due to differences in their performance (incomplete spatial coverage, variations in the velocity of change), these networks tend to make space non-homogeneous and non-isotropic, that is to say, non-Euclidian. Traditional geometry is thus proving to be more and more inadequate to model space as it is really experienced. Consequently, in order to take account of changes in the relationships between places induced by the networks, we are proposing to analyze their effects based on fractal geometry, which does not assume that space is homogeneous and therefore affords a framework reference different from that of our own environment.*

*First, we intend to analyze, the impact of this network structure in terms of its spatial coverage, then we will attempt to observe how the quality of accessibility to a group of service supply areas is dependent upon the morphology and the operation of the network that links them.*

## Mots-Clés

*Accessibilité, géométrie fractale, morphologie de réseau, Roubaix (Nord)*

## Key-Words

*accessibility, fractal geometry, morphology, network, Roubaix (Nord)*

La majorité de nos déplacements, y compris piétonniers, est dictée par les infrastructures de transport qui contraignent nos mouvements visant à "accéder à". De ce fait, l'espace devient anisotrope, puisque seule la surface effectivement drainée par les réseaux s'avère accessible. Au départ d'un point O et pour une distance d, cette surface accessible correspond donc davantage à une forme complexe préservant des zones non drainées et s'étirant le long de directions privilégiées, où les déplacements sont les plus performants, qu'à un disque plein de rayon d centré en O.

Ainsi, par la variabilité de leurs performances et la non homogénéité de leur desserte, les réseaux opèrent une disjonction entre la proximité physique, liée à la distance euclidienne, et la proximité vécue, liée à l'accessibilité, qui prend en compte la réalité des déplacements. Cette disjonction croissante semble rendre la géométrie euclidienne de plus en plus inadéquate pour modéliser l'espace tel qu'il est vécu. En induisant

des modifications dans les interrelations entre lieux, les réseaux imposent une modification de la grille de lecture de notre environnement.

Il en est de même du concept d'accessibilité, qui doit être "revisité" pour mieux décrire notre relation à l'espace. La question se pose en effet de savoir comment modéliser "l'accessibilité à la surface", c'est-à-dire la qualité de desserte, qu'assure un réseau. Cette accessibilité est fonction à la fois du caractère plus ou moins drainant du réseau, mais aussi de ses fonctionnalités, spécialement les vitesses de déplacement qu'il autorise sur ses différents tronçons.

L'inscription spatiale des réseaux demeure mal appréhendée, si ce n'est par la mesure de la densité. Or cette mesure se révèle partiellement inopérante : comme elle évolue en fonction des échelles d'analyse, elle ne permet pas de décrire la desserte du réseau de façon globale, mais seulement à une échelle donnée. De plus, comme son mode de calcul ne prend en compte que la valeur de la masse présente dans la zone de comptage, quelle qu'en soit la disposition, elle est peu discriminante ; c'est pourquoi deux structures spatialement différentes peuvent avoir la même densité.

Outre la densité, les principales mesures permettant la description des réseaux sont issues de la théorie des graphes. Malheureusement, cette approche topologique ne permet pas d'appréhender la relation du réseau à la surface, puisqu'elle ne s'intéresse qu'aux relations de voisinage et de contiguïté sans se soucier de l'inscription morphologique du réseau dans l'espace. "Lorsque l'on donne d'un réseau une représentation abstraite par un graphe, on opère une simplification qui permet d'étudier les propriétés du réseau, indépendamment de son implantation. Il est cependant aussi nécessaire de qualifier le réseau par rapport aux surfaces dont il assure le drainage ou la desserte" [5].

Face à l'absence de mesure permettant la qualification de la desserte qu'assure un réseau, nous proposons une approche plus spatiale basée sur la géométrie fractale, qui porte sur l'espace un regard moins habituel que celui de la géométrie euclidienne. Après avoir brièvement introduit cette "autre géométrie", nous montrerons de quelle façon elle permet de caractériser les rapports entre réseau et territoire.

## 1. La géométrie fractale et la notion de dimension non entière

"Les nuages ne sont pas des sphères, les montagnes ne sont pas des cônes... l'éclair ne suit pas une ligne droite. La nature ne montre pas seulement un degré plus élevé mais un niveau complètement différent de complexité... L'existence de ces structures nous oblige à étudier ces formes qu'Euclide a négligées comme ne montrant pas de forme, c'est-à-dire à investiguer la morphologie de l'amorphe". Comme l'affirme Mandelbrot [4], la géométrie traditionnelle ne permet pas d'appréhender des objets irréguliers, pourtant communs. En effet, que dire d'une côte si ce n'est qu'elle est plus ou moins tortueuse et comment décrire quantitativement cette irrégularité ? Face à cette impuissance de la géométrie euclidienne pour décrire des formes complexes qui diffèrent des objets euclidiens (cercles, carrés...) et pour y découvrir d'éventuels ordres ou régularités sous-jacents, une nouvelle géométrie, dite fractale, a été formalisée dans les années soixante-dix.

### 1.1. Un exemple d'objet fractal : la courbe de Von-Koch

Pour construire la courbe de Von-Koch, on retire à un segment AB de longueur L son tiers central, que l'on remplace par un triangle équilatéral sans base. Cette opération est ensuite répétée de façon itérative pour chacun des 4 segments de longueur  $l_{i+1} = \frac{1}{3}l_i$  engendrés à l'étape i.

En poursuivant l'itération, la longueur de la courbe entre A et B tend vers l'infini puisque des détours supplémentaires s'ajoutent à chaque étape. Sachant que, dans la géométrie euclidienne, une ligne correspond à une figure de dimension 1 et une surface à une figure de dimension 2, on constate que la courbe de Von-Koch, en multipliant les détours, tend à couvrir la surface pour se rapprocher d'une figure de

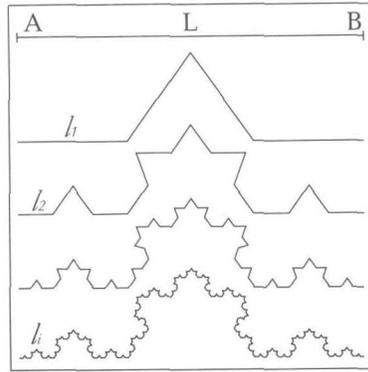


Figure 1 - Construction de la courbe de Von Koch

dimension deux. Pour autant, elle reste topologiquement une ligne, donc une figure à dimension 1, car dès que l'on enlève un point, elle se trouve divisée en deux parties distinctes.

Les dimensions non entières ou fractales, comprises entre 1 et 2, permettent ainsi de décrire ces objets "intermédiaires" entre la ligne et la surface. Dans ces conditions, les réseaux, par leur détours, leurs ramifications dans l'espace, peuvent être considérés comme des objets de nature fractale [1].

De même, il existe des dimensions fractales entre 2 et 3 qui caractérisent des surfaces "froissées" remplissant un volume, soit un espace de dimension 3.

### 1.2. La masse d'un objet fractal

Ces structures fractales se différencient des structures euclidiennes par le fait que leur densité dépend du volume dans lequel on les considère.

Soit la masse de matière incluse dans une sphère de rayon  $R$ . On peut écrire<sup>1</sup> :

$$M(R) \propto \frac{4}{3} \pi R^3$$

De la même façon pour une surface, donc un disque, on a :

$$M(R) \propto \pi R^2$$

Plus généralement, il existe pour les objets euclidiens une relation de proportionnalité entre masse et volume de la forme :

$$M(R) \propto aR^D \tag{1}$$

où  $a$  est un facteur de forme et  $D$  la dimension de l'espace considéré : 3 pour un volume, 2 pour une surface...

Cette relation s'étend aux objets fractals, mais sous une forme particulière.

Considérons deux sphères de rayon  $R$  et  $\frac{R}{3}$  centrées sur un même point de la courbe de Von-Koch. La longueur de courbe incluse dans la sphère de rayon  $R$  vaut exactement 4 fois celle incluse dans la sphère de rayon  $\frac{R}{3}$  :

$$M(R) \propto 4M\left(\frac{R}{3}\right) \tag{2}$$

Si l'on cherche  $D$  qui vérifie (1) et (2) on a :  $R^D = 4\left(\frac{R}{3}\right)^D$ , d'où  $D = \frac{\log 4}{\log 3} = 1,26$ .

Ce nombre  $D$ , qui permet de déterminer la longueur de la courbe en fonction du rayon du cercle de comptage, donc de l'échelle, est appelé dimension fractale. Il caractérise son degré d'irrégularité. Plus la dimension  $D$  est proche de 2, plus la ligne est irrégulière et tend à couvrir la surface, au contraire plus elle tend vers 1, plus elle est régulière et se rapproche de la ligne droite. La géométrie euclidienne constitue donc un cas limite de la géométrie fractale.

Enfin, si la relation (1) est satisfaite, on remarque que la densité moyenne de la structure, rapport de la masse à la surface, vaut :

$$\frac{R^D}{R^2} = R^{D-2}.$$

Cette densité moyenne étant une fonction décroissante de la distance, il apparaît qu'un objet fractal tend à se "diluer" lorsqu'on le considère à des niveaux d'échelles de plus en plus petits. La dimension fractale permet de caractériser l'inscription spatiale d'une structure de façon interscalaire, contrairement à la densité qui varie en fonction des échelles.

Toutefois, la procédure de calcul de la dimension ne permet pas, en toute rigueur, de mesurer la desserte spatiale du réseau autour d'un point  $O$ , puisqu'elle tient compte de tous les éléments présents dans un cercle de rayon  $R$ , qu'ils soient, ou non, effectivement accessibles à partir de ce point. Aussi, pour caractériser la desserte effective, l'algorithme de calcul de la dimension a été modifié, pour prendre en compte la connectivité du réseau.

### 1.3. La dimension d'étalement

Soit un réseau numérisé en mode raster, les cellules représentant le réseau sont considérées comme étant les sites autorisés, les autres sont interdites. Soit une personne placée en un point  $O$  et qui circule sur le réseau, la progression se faisant de site en site en suivant une règle de contiguïté avec une probabilité égale pour chaque possibilité.

Si l'on compte, à partir du point  $O$ , le nombre de sites atteints  $S(l)$  atteint pour une distance mesurée sur le réseau inférieure à  $l$ , on obtient une relation fractale du type :

$$S(l) \propto l^{de} \quad [2].$$

La différence avec l'algorithme de la dimension fractale  $D$ , présenté précédemment, où l'on comptait le nombre  $N_i$  de sites présents dans des cercles de rayon  $R_i$ , tient au fait que, d'une part seuls les sites effectivement accessibles, donc connectés, sont comptabilisés, et que d'autre part, le comptage se fait, non pas en fonction d'une distance euclidienne, mais en fonction d'une distance fonctionnelle mesurée sur le réseau.

Le paramètre  $\langle de \rangle$ , appelé dimension d'étalement varie donc en fonction de la structure du réseau, de sa connectivité, et ne dépend pas de la métrique de l'espace dans lequel la structure est plongée, mais de sa propre métrique.

Ainsi, la dimension d'étalement caractérise le drainage effectif du réseau autour d'un point. Si ses ramifications sont nombreuses le nombre de sites accessibles croît, le réseau draine alors une part importante de la surface, sa dimension tend vers 2, c'est-à-dire vers le cas euclidien où toute la surface comprise dans un cercle de rayon  $l$  est accessible. La métrique du réseau correspond donc dans ce cas à la métrique euclidienne.

Pratiquement, la dimension d'étalement est estimée par régression non affine sur le nuage de points donnant en abscisse les distances  $l$  mesurées sur le réseau et en ordonnée le total des sites accessibles correspondant.

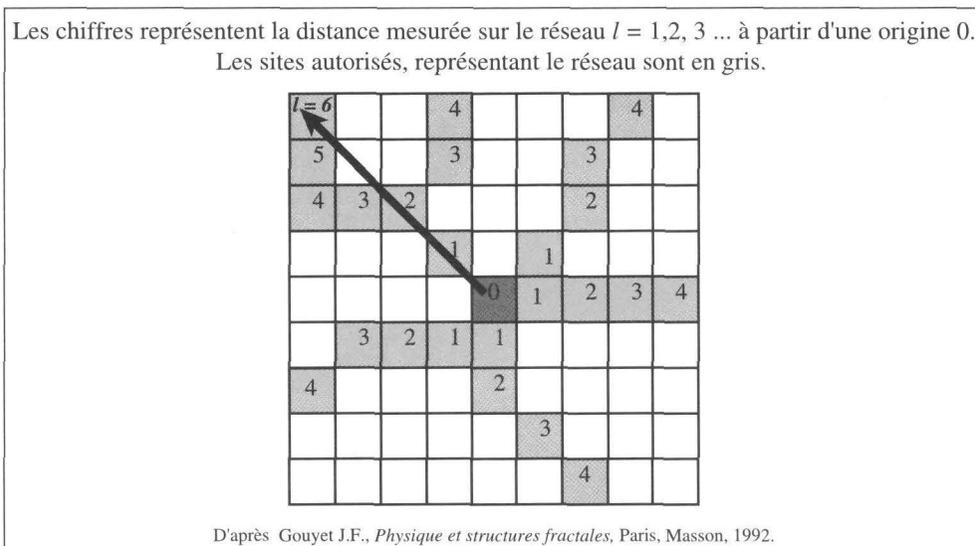


Figure 2 - Accessibilité sur un réseau représenté en mode raster

D'éventuelles ruptures dans la loi de distribution témoignent de modifications dans la logique d'organisation du réseau. Il peut par exemple passer d'une logique de couverture spatiale à une logique plus linéaire, où de vastes espaces restent non drainés. Dans ce cas, la dimension est évaluée sur des intervalles  $[l ; l']$ , à l'intérieur desquels la loi de distribution est stable.

Notons que la résolution à laquelle le réseau est schématisé est un paramètre susceptible de faire varier la dimension. En effet, si elle est grossière, le réseau occupe "artificiellement de l'espace", ce qui induit une augmentation de la dimension. Le choix de la résolution se fait donc selon la nature de l'accessibilité que l'on veut mesurer: à moins de 10, 20, 30... mètres du réseau. Dans les analyses suivantes le réseau a été représenté par des cellules de 10 mètres de côté. Cette résolution très fine évite aux petits espaces présents entre deux tronçons de réseau d'être comblés lors du processus de schématisation.

## 2. Caractérisation de la desserte spatiale de réseaux routiers par la dimension d'étalement

### 2.1. Les aspects structurels du réseau

L'application de la dimension d'étalement est effectuée à partir des réseaux routiers communaux de la communauté urbaine (CU) de Lille.

Les courbes d'analyse, d'une étonnante régularité, révèlent que l'accessibilité à l'espace fournie par ces réseaux suit bien une loi fractale. Les dimensions d'étalement observées varient de 1,2, pour les réseaux les plus embryonnaires (par exemple Anstaing), à 1,9 pour les réseaux les plus complets assurant une excellente desserte de l'espace (par exemple Roubaix). (fig. 3 et 4).

Plus généralement, on peut noter qu'à l'intérieur de la Communauté urbaine de Lille, plus la commune est urbaine, moins son réseau préserve d'espaces libres non drainés. Le caractère rural, périurbain ou urbain d'une commune semble donc s'inscrire dans la morphologie de son réseau viaire.

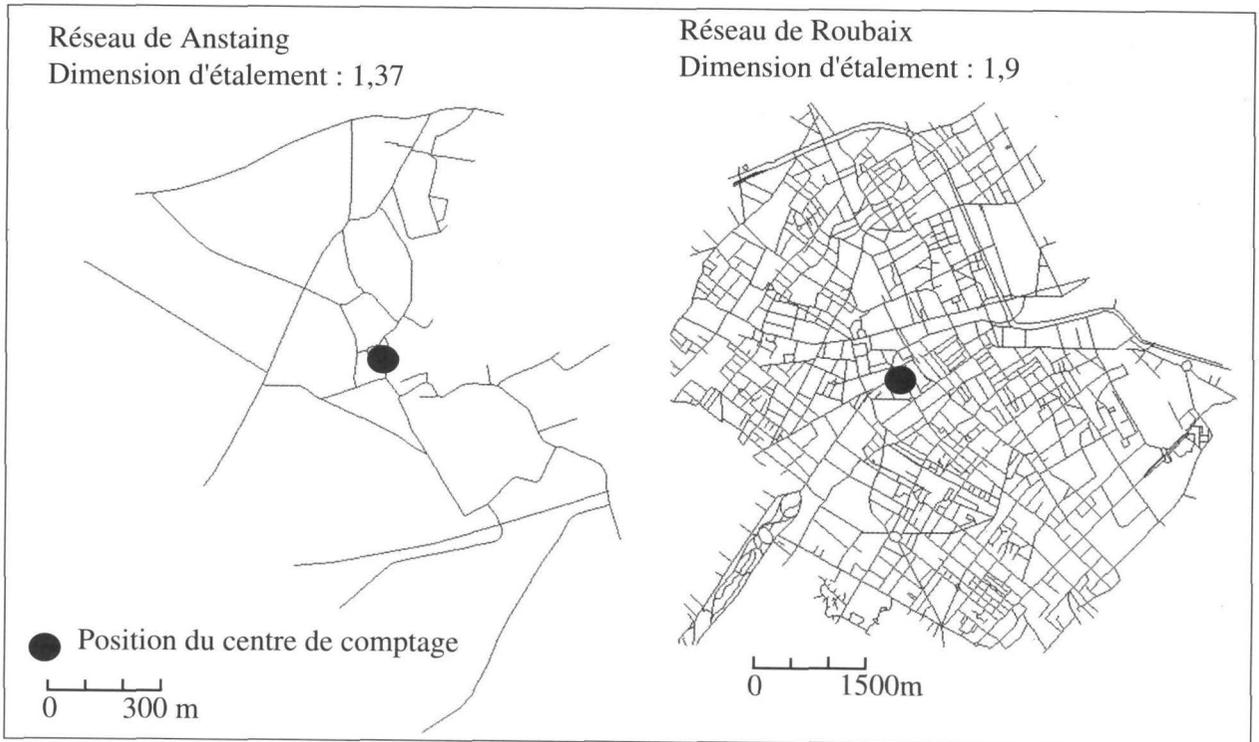


Figure 3 - Deux réseaux n'assurant pas le même drainage de la surface : Anstaing et Roubaix.

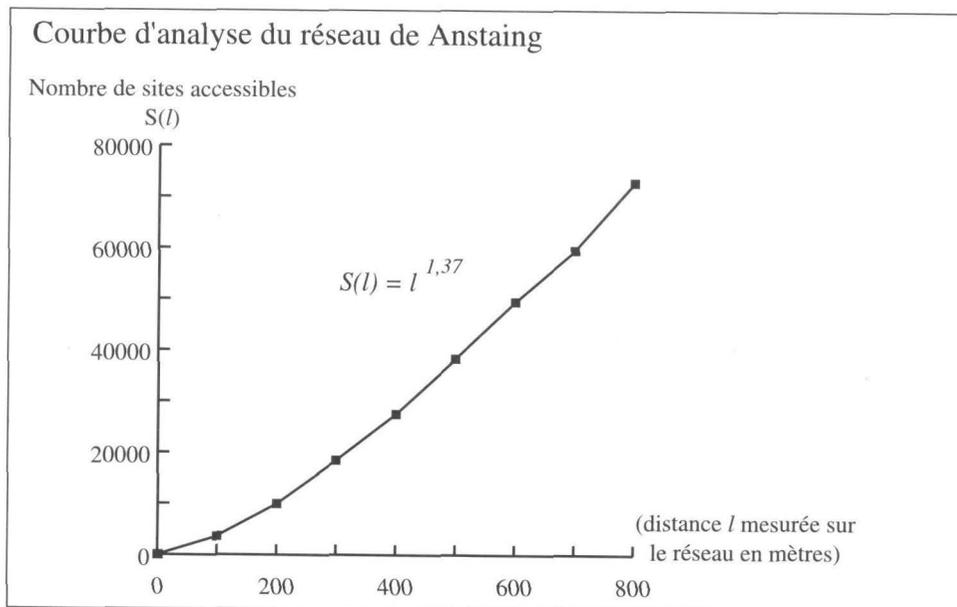


Figure 4 - Courbe d'analyse du réseau de Anstaing

Si la majorité des réseaux étudiés suit une loi fractale de répartition unique, certains se singularisent toutefois par des changements de logique de distribution. Par exemple, en se positionnant au centre du réseau de Linselles, (fig. 5) on remarque que, près de ce centre, le réseau suit une logique de couverture spatiale, sa dimension s'approchant de deux, puis, pour des distances mesurées sur le réseau supérieures à un kilomètre, il change de logique de desserte. Les mailles deviennent plus lâches, et n'assurent plus une desserte totale de l'espace; la dimension tend alors vers 1. Si, dans ce cas, la rupture est très nette et identifiable à partir de la simple observation visuelle du réseau, il n'en va pas toujours de même.

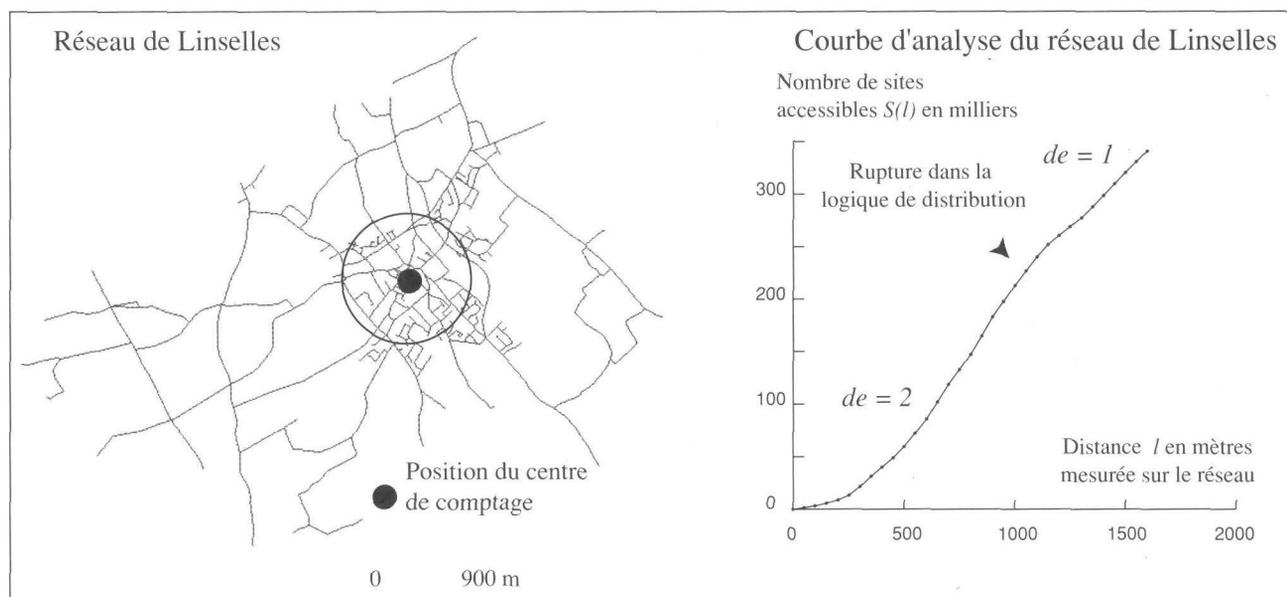
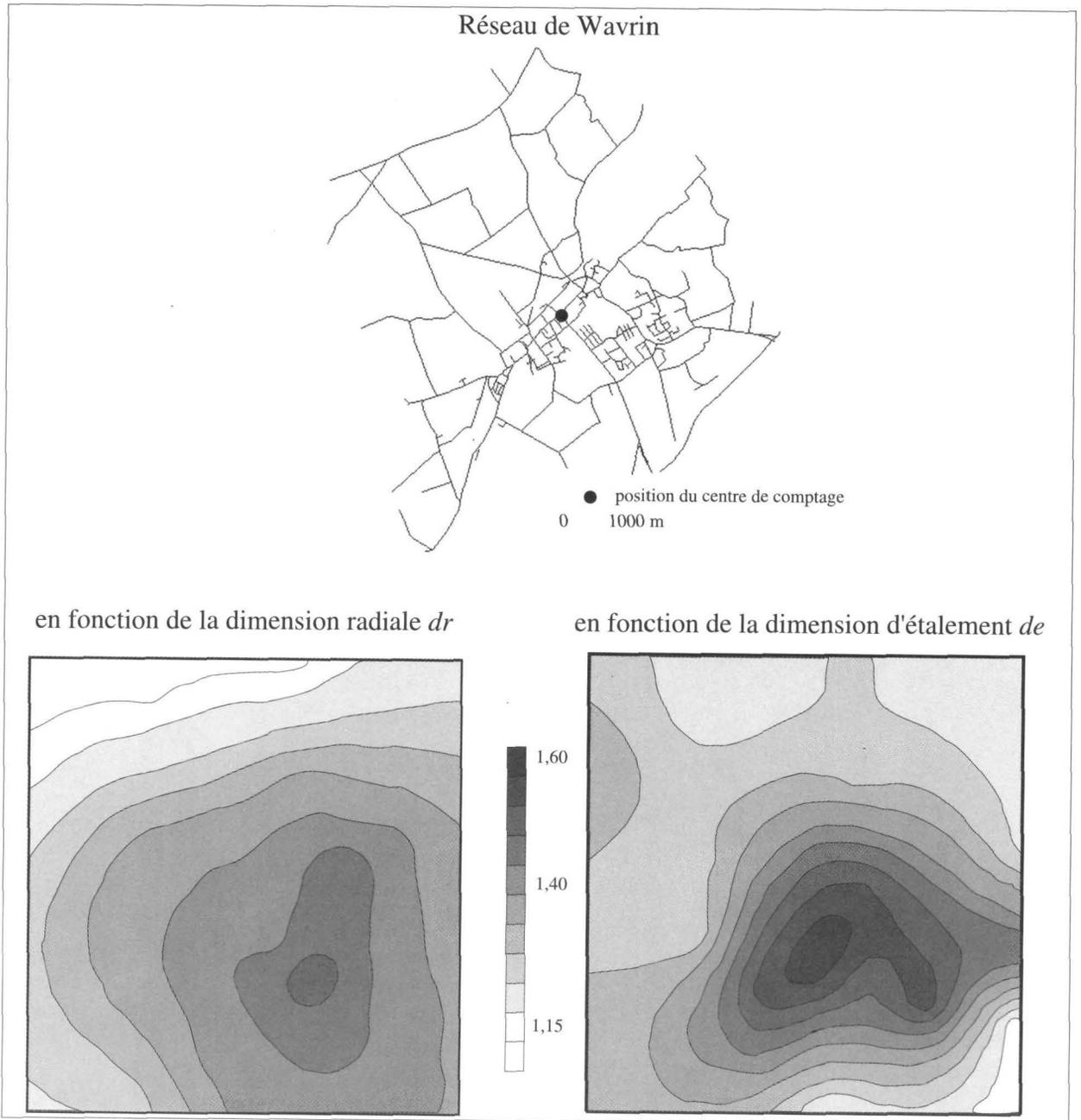


Figure 5 - Les deux logiques de desserte du réseau de Linselles

Outre la comparaison de réseaux, la dimension d'étalement permet surtout de dresser des cartes de la desserte spatiale qu'assure un réseau. On évalue alors la dimension  $\langle de \rangle$  pour un grand nombre de centres de comptage, dans un intervalle  $[l; l']$  fixé. Puis, l'interpolation des valeurs fournit une carte qui qualifie l'aspect plus ou moins complet de la desserte autour de chaque point, dans la marge  $[l; l']$  fixée; bien qu'en toute rigueur cette carte soit fautive, puisque des valeurs de  $\langle de \rangle$  non nulles sont affectées à des zones non desservies, elle donne néanmoins une bonne représentation de la variabilité spatiale de la desserte.

Pour le réseau de Wavrin (fig. 6), la desserte spatiale pour des distances  $l$  comprises entre 0 et 1000 mètres, suit par exemple un gradient centre-périphérie, la dimension d'étalement variant de 1,65 au centre à 1,25 en périphérie.

De sensibles différences existent avec une carte du même type réalisée à partir de la dimension radiale, déjà utilisée par de nombreux auteurs<sup>2</sup> pour décrire l'organisation spatiale des réseaux. En effet, l'analyse radiale tend à lisser les valeurs, en prenant en compte toute la masse du réseau présente dans un cercle, masse effectivement accessible ou non depuis le centre de comptage. Une source de nuances supplémentaire tient au fait que la dimension d'étalement prend en compte la métrique du réseau et non celle de l'espace dans lequel il est plongé, ce qui signifie qu'elle tient compte de la différence existant entre la proximité physique (la distance euclidienne) et la distance vécue (celle que l'on parcourt effectivement pour joindre deux points A et B). C'est pourquoi la carte réalisée à partir de la dimension d'étalement transcrit plus fidèlement la desserte effective que celle faite à partir de la dimension radiale.



*Figure 6 - La couverture spatiale du réseau de Wavrin en fonction de la dimension radiale et de la dimension d'étalement*

## **2.2. Introduction de la fonctionnalité du réseau**

Dans les analyses précédentes la vitesse de déplacement était considérée comme identique sur tous les arcs. Or, il est possible, en suivant le même procédé, d'estimer la dimension d'étalement, en attribuant à chaque arc une valeur de friction particulière. Le pas utilisé pour le comptage ne correspond alors plus à une distance physique, mais à une valeur de friction, pouvant par exemple s'exprimer en temps.

En attribuant de fortes frictions à certaines parties du réseau de Wavrin (la friction attribuée revient à tripler la longueur des arcs), on constate que de nombreux tronçons de routes ne sont plus portés dans les

limites de la carte par rapport au cas où la friction est identique sur tous les arcs. (fig. 6). En passant de 1,65 à 1,5, la dimension d'étalement traduit cette perte d'accessibilité consécutive à l'intégration de la friction des arcs.

L'accessibilité à la surface estimée en fonction du temps permet donc de mesurer les effets sur la desserte de modifications de fonctionnalités apportées au réseau.

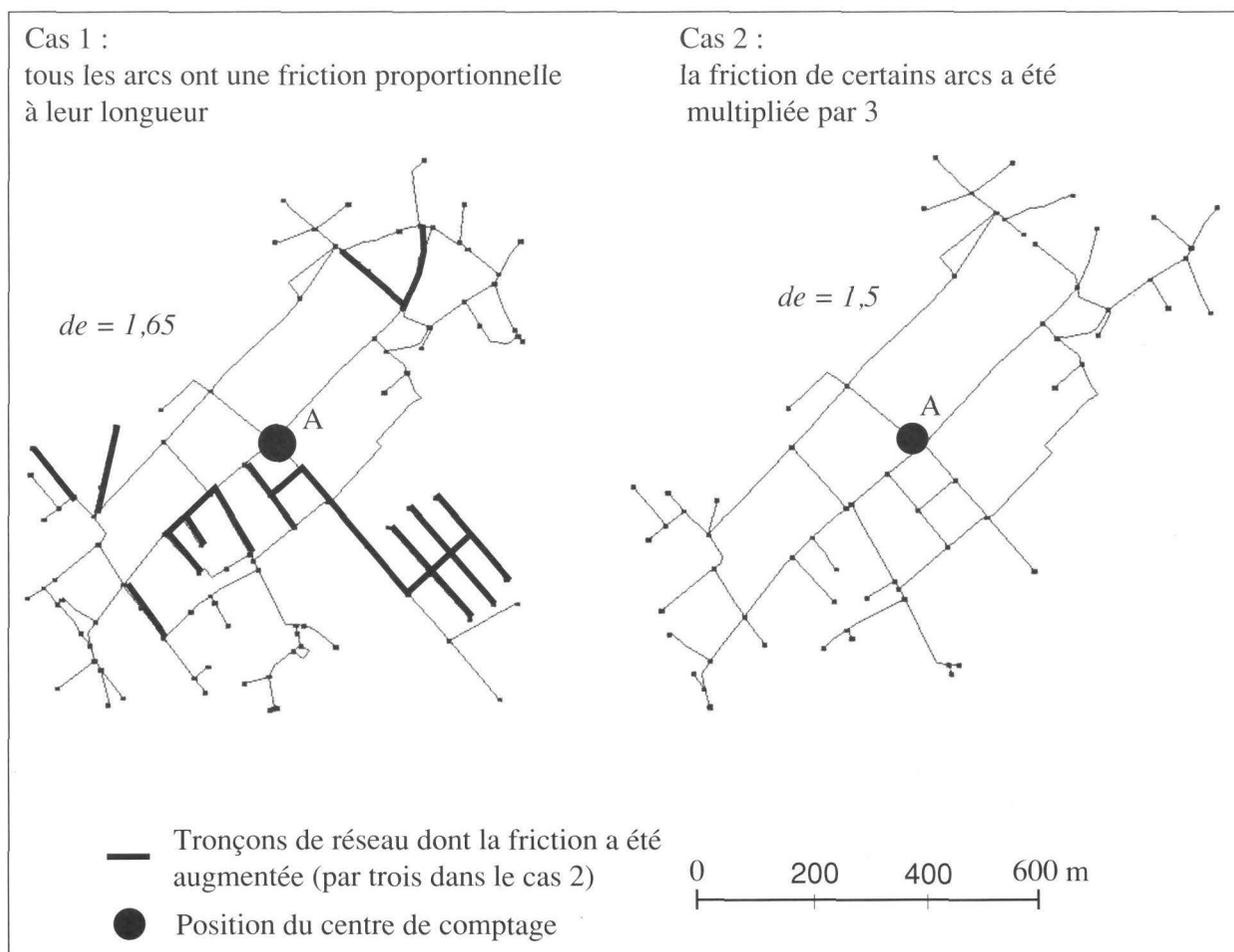


Figure 7 - Perte d'accessibilité consécutive à l'introduction de frictions différenciées sur le réseau de Wavrin

### 2.3. L'influence de la morphologie d'un réseau sur la qualité de l'accessibilité à des sites d'offre de services

La dimension d'étalement a enfin été utilisée pour caractériser la qualité d'accessibilité à des sites d'offre de services. Cette accessibilité est fonction à la fois de la structure du réseau, de ses fonctionnalités et de la localisation des services.

Dans cette analyse, on suppose que les lieux d'offre, considérés comme les sites accessibles, occupent une certaine surface. En suivant la même logique que précédemment, on compte, pour des distances croissantes mesurées sur le réseau, le nombre de sites d'offre accessibles, afin de trouver la dimension d'étalement qui vérifie:  $M(l) \propto l^{de}$  avec  $M(l)$  le nombre de sites d'offre accessibles pour une distance  $l$  fixée.

Ainsi, plus ces sites sont nombreux pour une distance donnée, plus ils "remplissent" la surface et donc plus la dimension tend vers 2, traduisant ainsi la bonne qualité de l'accessibilité.

Pour effectuer une telle analyse sur le réseau de Lys-lez-Lannoy, (fig. 8) cinquante sites d'offre de services ont été placés aléatoirement sur le réseau, ainsi que 30 centres de comptage répartis de façon homogène.

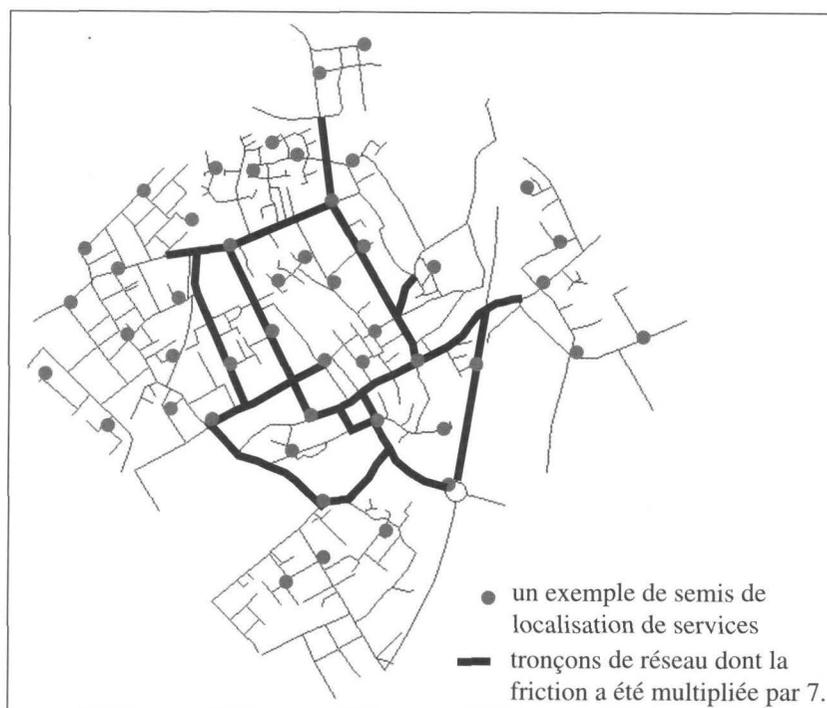


Figure 8 - Un exemple de répartition des sites d'offre de services sur le réseau de Lys-lez-Lannoy

Pour chaque distance  $l$ , on calcule la moyenne du nombre de sites accessibles à partir des observations réalisées pour chacun des 30 centres de comptage. La dimension  $\langle de \rangle$  est estimée par régression non affine sur la courbe donnant en abscisse les pas de comptage, et en ordonnée la moyenne correspondante du nombre de sites accessibles. Ce paramètre qualifie donc globalement la qualité de l'accessibilité à un semis de points qu'offre le réseau.

Ici, l'évaluation de l'accessibilité en chacun des centres de comptage est difficile, car le nombre de sites d'offre étant trop faible, les courbes sont trop irrégulières pour être soumises à des régressions fiables.

Dans les conditions d'analyse vues précédemment et pour des distances mesurées sur le réseau allant de 0 à 1 km, la dimension est de 1,76. Cette mesure n'ayant de valeur qu'à titre de comparaison, une forte friction (correspondant à une multiplication de la longueur par 7) a été attribuée à quelques arcs ayant une importance stratégique (un dixième du total) (fig. 7). La dimension tombe alors à 1,09. Par contre si une friction semblable est affectée aux arcs n'assurant que la desserte locale des quartiers, la dimension ne varie que très peu (1,68), et demeure même stable (1,65) si l'on supprime 1/5 de ces arcs.

Après avoir testé, dans un premier temps, l'influence de la structure du réseau sur l'accessibilité, nous avons fait varier, dans un second temps, la disposition des cinquante sites d'offre de services sur le réseau originel. La dimension diffère alors peu pour deux semis tirés aléatoirement : de 1,78 à 1,76. En revanche, en concentrant les sites d'offre en direction du centre du réseau, elle passe à 1,82, traduisant ainsi une amélioration de l'accessibilité à un niveau global et dans la marge d'analyse considérée.

L'accessibilité à des services, matérialisés sous la forme d'un semis de points, paraît donc mesurable par la dimension d'étalement. Les analyses montrent par ailleurs qu'elle semble davantage dépendre du réseau reliant les sites d'offre, que de la disposition spatiale de ces sites, puisque les plus fortes variations de  $\langle de \rangle$  ont été enregistrées lors des modifications du réseau.

De plus, il apparaît que, dans un réseau, un nombre limité de tronçons jouent un rôle primordial pour assurer les liaisons, la grande majorité ne remplissant que des fonctions de desserte locale. L'identification de ces tronçons stratégiques s'avère importante dans une optique d'aide à la décision en matière d'aménagement, puisqu'elle peut permettre, d'une part de concentrer les investissements sur ces arcs primordiaux, et, d'autre part, de montrer que la circulation automobile peut être, totalement ou partiellement, exclue de certains quartiers sans pour autant nuire fortement à l'accessibilité globale offerte par le réseau.

L'utilisation de la géométrie fractale apparaît donc prometteuse pour renouveler la modélisation de l'espace vécu, que la géométrie euclidienne prend mal en compte.

Les mesures fractales permettent ainsi d'adopter un point de vue résolument spatial quant à l'inscription des réseaux dans le territoire, en termes de desserte spatiale ou d'accessibilité à des services.

Enfin, étant valables quelle que soit la nature du réseau, (hydrographique, routier) ces mesures peuvent, au même titre que celles de la théorie des graphes, contribuer à une meilleure connaissance des réseaux, notamment sous l'angle de leurs implications territoriales.

## Références bibliographiques

- [1] FRANKHAUSER P., 1994 : *La fractalité des structures urbaines*, Paris, Anthropos
- [2] GOUYET J. F., 1992 : *Physique et structures fractales*, Paris, Masson
- [3] GUTIÉRREZ J., MONZÓN A., PINERO J.-M., 1998 : Accessibility, network efficiency, and transport infrastructure planning, *Environment and Planning*, Vol. 30, pp. 1357-1350
- [4] MANDELBROT B., 1983 : *The fractal geometry of nature*, W.H. Freeman and Co
- [5] PUMAIN D., SAINT-JULIEN T., 1997 : *L'analyse spatiale*, Paris, A. Colin

## Notes

- 1 - signifie varie comme
- 2 - Daoud M., Benguigui L., *Is the suburban railway system a fractal?* *Geographical Analysis*, 23 (4), 1991.  
François N., *Méthode d'application de la géométrie fractale à la description des systèmes de villes et des réseaux de transport*, thèse de doctorat, Paris, 1996. (Frankhauser, 1994).